

Simulation und Evolutionäre Optimierung eines Mehrlagersystems mit Transport

J. Arnold, P. Köchel und H. Uhlig

Technische Universität Chemnitz-Zwickau, Fakultät für Informatik, 09107 Chemnitz

Zusammenfassung. Das Problem, optimale Bestell- und Umverteilungsstrategien für ein Mehrlagersystem mit Transportmöglichkeiten zwischen den Lagern zu finden, kann allgemein nicht auf analytischem Wege gelöst werden. Wir beschreiben deshalb ein Optimierungsverfahren, das auf der Kombination von Simulation und Evolutionären Algorithmen basiert. Einige numerische Beispiele und Ergebnisse zeigen die Anwendbarkeit dieses Verfahrens und geben einen Hinweis auf seine Leistungsfähigkeit.

Schlüsselwörter. Evolutionäre Optimierung, Lagersystem, Simulation

1. Einleitung

Eine befriedigende Lösung von Optimierungsproblemen, die im Zusammenhang mit der Konfigurierung oder/und der Steuerung komplexer Systeme aus solchen Bereichen wie Fertigung, Transport, Logistik u.ä. entstehen, erfordert neben einem geschicktem Umgang mit mathematischen Modellen eine integrale Verbindung von Simulation und Optimierung. Während für die Modellierung und auch die Simulation zahlreiche leistungsfähige und teilweise standardisierte Softwaresysteme existieren (vgl. z.B. NOCHE/WENZEL 1991), beruht die Rechnerunterstützung bei der Optimierung fast ausschließlich auf speziell entwickelten Verfahren für eng abgegrenzte Problemstellungen. Überaus rar sind Entwicklungen, die eine automatisierte Verknüpfung von Simulation und Optimierung etwa in der Art des in Abbildung 1 dargestellten Schemas realisieren. Arbeiten an der Professur „Modellierung und Simulation“ der TU Chemnitz-Zwickau sind deshalb darauf gerichtet, aus einer standardisierten Problembeschreibung sowohl die beiden Komponenten „Optimierer“ und „Bewerter“ automatisch zu konfigurieren, als auch den eigentlichen (Optimierungs-)Zyklus „Optimieren - Bewerten“ zu steuern, ohne daß dabei interaktive Handlungen eines Anwenders erforderlich sind. Da dem Anwender der in Abbildung 1 schematisierte Zyklus der automatischen Verknüpfung von Simulation und Optimierung als Black-Box gegenübertritt, kann er sich vollständig auf die Problemanalyse und Modellierung konzentrieren. Mit der Konfigurierung dieser Black-Box hat der Anwender nichts zu tun, in aller Regel

wäre er damit auch überfordert. Konfigurierung bedeutet nämlich nicht nur die Festlegung einer Vielzahl Parameterwerte wie z.B. Schrittweiten, Abbruchkriterien, Ausführungswahrscheinlichkeiten unterschiedlicher Operatoren, sondern vor allem die Entscheidung, welches der zugelassenen Optimierungsverfahren am besten für die Lösung einer konkreten Problemstellung geeignet ist.

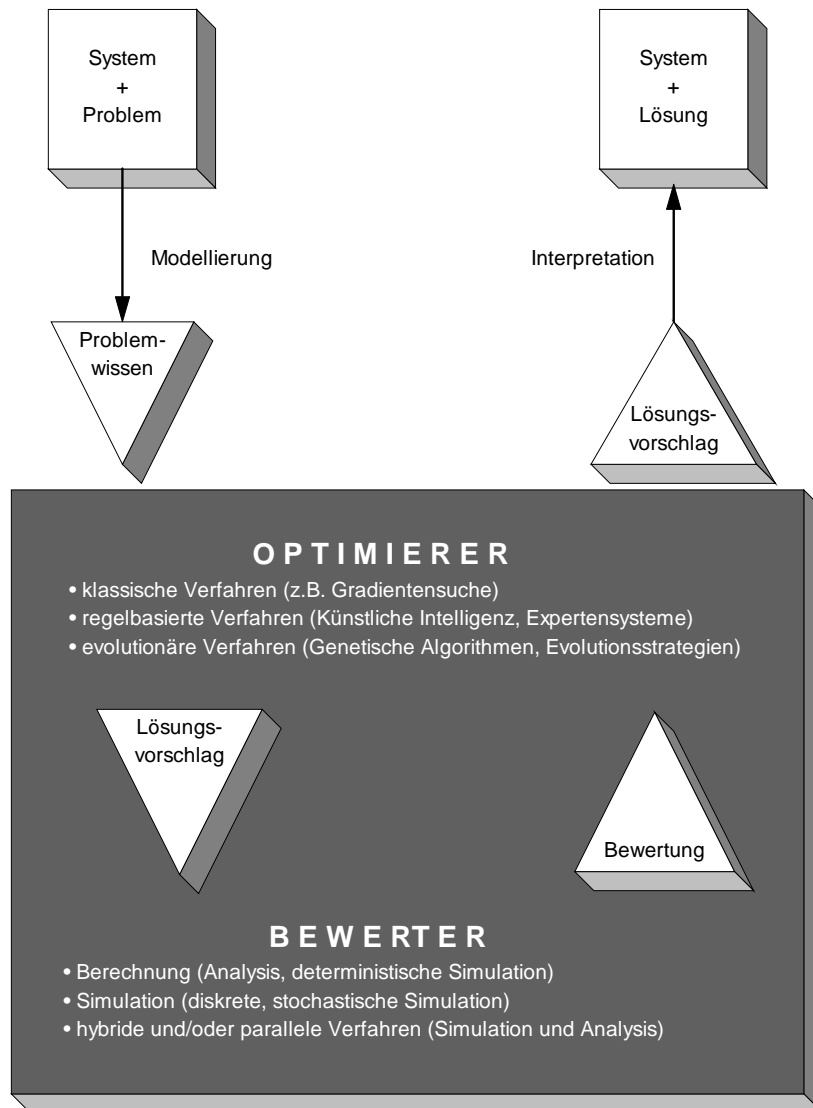


Abb 1. Die Abbildung zeigt das prinzipielle Schema eines automatischen und problemunabhängigen Optimierungssystems

In einer ersten Phase der Chemnitzer Arbeiten wurde das Optimierungssystem DIM_EXPERTE implementiert (siehe HADER 1994, HADER 1995) und auf verschiedene Probleme aus den Bereichen Technik und Betriebswirtschaft angewandt. DIM_EXPERTE kombiniert einen wissensbasierten Zugang zur Optimierung mit numerischen (analytischen und simulativen) Bewertungsverfahren. Gegenwärtig wird ein Multi-Agenten-Ansatz verfolgt. Dabei repräsentiert jeder Agent ein spezielles Optimierungsverfahren. Er besitzt lokales Wissen über Vor- und Nachteile sowie über notwendige Voraussetzungen und zu beachtende Nebenbedingungen seines Verfahrens. Einer dieser Agenten repräsentiert Verfahren der Evolutionären Optimierung. Derartige, der biologischen Evolution nachempfundene Verfahren eignen sich durch ihre relative Problemunabhängigkeit besonders gut für eine Verwendung in automatischen Optimierungswerkzeugen (vgl. z.B. SCHULTE/BECKER 1993).

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Kombination von Simulation und Evolutionärer Optimierung, genauer von Genetischen Algorithmen, und ihrer Nutzung zur Lösung eines Steuerproblems in einem Mehr-Lager-Modell. Als Anwendungsgebiet wurde die Lagerhaltung gewählt, weil Lagerhaltungsprobleme immer wichtiger werden, für das zu untersuchende Modell bisher keine (analytische) Lösung existiert, das Modell sehr komplex ist und auch allgemeiner als Modell für die Verwaltung verteilter austauschbarer Ressourcen aufgefaßt werden kann. Gleichzeitig sollten an diesem relativ komplexen Beispiel Erfahrungen zur Umsetzung des in Chemnitz verfolgten Konzeptes der automatisierten Lösungssuche gesammelt werden.

Im Abschnitt 2 wird das entsprechende Lagerhaltungsmodell beschrieben, wichtige Struktureigenschaften werden formuliert und die Anwendung von Simulation und Genetischen Algorithmen skizziert. Die Darstellung, soweit notwendig, von Grundlagen zu Genetischen Algorithmen und der Transformation entsprechender Parameter des Lagerhaltungsmodells in eine für die Anwendung Genetischer Algorithmen geforderte Form ist Inhalt von Abschnitt 3.

Im Abschnitt 4 werden Testergebnisse zu einigen Beispielen erläutert. Eine Zusammenfassung mit kurzem Ausblick auf weitere Arbeitsrichtungen sind Inhalt des letzten Abschnittes.

2. Ein Mehr-Lager-Modell mit Transport

Das zu untersuchende Mehr-Lager-Modell mit Transport (MLMT) kann folgendermaßen beschrieben werden: An $N \geq 2$ Standorten wird ein und dasselbe Produkt gelagert. Ein unendlicher Planzeitraum ist in Perioden $t = 1, 2, \dots$ eingeteilt. Zu Periodenbeginn kann durch eine Bestellentscheidung (BE) zusätzliches Produkt bestellt werden. Die Lieferung solle unmittelbar erfolgen. Innerhalb einer Periode t ist ein zufälliger Bedarf $\underline{g}(t) = (\underline{g}_1(t), \dots, \underline{g}_N(t))$ zu befriedigen. Wir nehmen an, daß $\{ \underline{g}(t); t = 1, 2, \dots \}$ eine Folge unabhängiger und identisch verteilter Zufallsvektoren sei, wobei $E[\underline{g}_i(t)] =: m_i$ existiere und $0 < m_i < \infty$ gelte für

$i=1(1)N$. Gegen Periodenende kann mittels einer Transportentscheidung (TE) vorhandener Restvorrat umverteilt werden. Diese Umverteilung solle augenblicklich realisierbar sein. Nach erfolgter Umverteilung noch unbefriedigter Bedarf wird vorgemerkt, d.h., in die folgende Periode übernommen.

Für dieses MLMT ist eine durchschnittsoptimale Strategie gesucht, d.h., die Wahl der BE und TE in den einzelnen Perioden soll so erfolgen, daß die im Mittel pro Periode zu erwartenden Gesamtkosten minimal werden (Durchschnittsoptimalität). Dabei gehen wir von folgender Kostenstruktur aus:

- a) Eine BE erzeugt *Beschaffungskosten* $k_i \geq 0$ je für Lager i bestellte Produkteinheit (PE). Sobald im gesamten System der N Lager eine positive Menge bestellt wird, sollen noch *fixe Bestellkosten* $K \geq 0$ anfallen.
- b) Für den Transport einer PE aus Lager i in Lager j sind $c_{ij} > 0$ *Transportkosten* zu begleichen, $i, j = 1(1)N, i \neq j$. Es gelte $c_{ii} = 0, i = 1(1)N$.
- c) Nach Realisierung der TE erzeugt ein positiver Restbestand $h_i > 0$ *Lagerkosten* für die Lagerung einer PE im Lager i bzw. ein negativer Restbestand $p_i > 0$ *Fehlmengenkosten* für eine nicht befriedigte Bedarfseinheit im Lager $i, i = 1(1)N$.

Zur Eingrenzung des Problems werden bezüglich der Kostenparameter nachstehende Annahmen formuliert (vgl. KÖCHEL 1975 und 1982):

Effektivität des Transportes

$$(A.1) \quad c_{ij} < h_i + p_j + k_j - k_i, \quad i, j = 1(1)N, i \neq j,$$

fordert, daß der Transport einer PE aus einem Lager i mit positivem Restbestand in ein Lager j mit unbefriedigtem Bedarf weniger kostet als die dabei erzielte Kostensenkung in den Lagern i und j , wobei die veränderten Aufwendungen der Beschaffung eine Periode später zu berücksichtigen sind.

Relative Unabhängigkeit der Lager

$$(A.2) \quad h_i + k_j - k_i < c_{ij} + h_j, \quad i, j = 1(1)N, i \neq j,$$

bedeutet, daß der Transport einer PE aus einem Lager i mit positivem Restbestand in ein Lager j mit ebenfalls positivem Restbestand eine Kostenerhöhung mit sich bringt.

Kürzeste - Weg - Bedingung

$$(A.3) \quad c_{ik} + c_{kj} \geq c_{ij} \quad \text{und} \quad k_i + c_{ij} \geq k_j, \quad i, j, k = 1(1)N, i \neq j \neq k,$$

sagt aus, daß direkte Wege beim Transport und beim Bestellen kostengünstiger sind als Umwege über ein anderes Lager.

Drei Fragen sind bezüglich des eben beschriebenen MLMT von zentralem Interesse:

1. Existiert eine optimale Strategie ?

Wenn ja:

2. Wie kann eine solche Strategie bestimmt werden ?
3. Wie hoch sind die mit dieser Strategie verbundenen Kosten, die im Mittel pro Periode zu erwarten sind ?

Eine positive Antwort auf die erste Frage ist aus Ergebnissen zu sogenannten periodisch stationären Markovschen Entscheidungsmodellen (vgl. KÖCHEL 1980, 1982 und 1988) ableitbar, mehr noch, die optimale Strategie ist *stationär*, d.h., für alle Perioden $t=1, 2, \dots$ gilt die gleiche Vorschrift zur Wahl der jeweiligen BE und TE.

Zur Beantwortung der beiden anderen Fragen ziehen wir folgende Aussagen aus KÖCHEL 1982 und KÖCHEL 1988 zum MLMT mit $K = 0$ - keine fixen Bestellkosten - heran:

- (i) Es existiert eine Lösung $\mathbf{S}^* = (S_1, \dots, S_N)$ des konvexen Optimierungsproblems $\min\{ g(\mathbf{a}); \mathbf{a} \geq \mathbf{0} \}$ mit

$$g(\mathbf{a}) = g(a_1, \dots, a_N) = \sum_{i=1}^N [k_i m_i + L_i(a_i)] - C(\mathbf{a}) \quad (1)$$

als mittlerer Kostenerwartungswert einer Periode bei Vorratsvektor $\mathbf{a} \geq \mathbf{0}$ und optimaler TE. Dabei stellt

$$L_i(a_i) = \mathbf{E}[h_i \max(0; a_i - \underline{s}_i) + p_i \max(0; \underline{s}_i - a_i)]$$

die für Lager i in einer Periode bei Vorrat a_i und keinerlei Transportbeziehungen mit anderen Lagern zu erwartenden Lager- und Fehlmengenkosten dar, $i=1(1)N$, sowie $C(\mathbf{a})$ die zu erwartende Kostensenkung durch die optimale TE, wenn die BE den Vorratsvektor \mathbf{a} erzeugt.

- (ii) Die optimale BE ist vom (S, S)-Typ (base stock policy), d.h., zu Beginn einer Periode wird ein Bestandsvektor $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_N) \leq \mathbf{S}^*$ auf den Vektor \mathbf{S}^* aufgestockt.
- (iii) Die optimale TE ist Lösung eines offenen linearen Transportproblems mit den Kostenkoeffizienten $C_{ij} := h_i + p_j - c_{ij} + k_j - k_i$, $i, j=1(1)N$, $i \neq j$, sowie jenen Lagern mit positivem Restvorrat als Lieferanten und den Lagern mit negativem Restvorrat als Verbrauchern.

Gehen wir nun zum Fall $K > 0$ der Existenz fixer Bestellkosten über. Hierfür sind bis heute keine Aussagen zur Gestalt der optimalen BE bzw. TE bewiesen. Aus diesem Grunde empfehlen wir gegenwärtig, BE vom (σ, \mathbf{S})-Typ zu nutzen. Die Wirkungsweise einer derart strukturierten Bestellvorschrift ist für $N = 2$ in Abbildung 2 skizziert. Allgemein kann sie folgendermaßen beschrieben werden: Seien $\sigma \subseteq \mathbf{R}^N$ und $\mathbf{S} \in \mathbf{R}^N$ fixiert. Dann gilt für einen Bestandsvektor $\mathbf{x} \leq \mathbf{S}$

IF $\mathbf{x} \in \sigma$ THEN $\mathbf{x} := \mathbf{S}$ ELSE	{ erhöhe Vorrat auf \mathbf{S} } { bestelle nichts }.
---	--

Die Menge $\sigma \subseteq \mathbf{R}^N$ heißt *Bestellregion*, der Punkt $\mathbf{S} \in \mathbf{R}^N$ *Auffüllpunkt* oder *Bestellgrenze*.

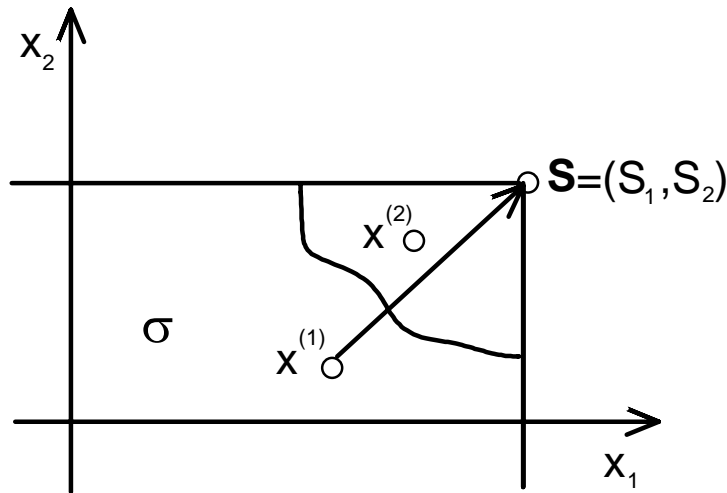


Abb 2. Darstellung der Wirkungsweise einer Bestellvorschrift vom (σ, S) -Typ

Die Empfehlung, eine Bestellvorschrift vom (σ, S) -Typ zu nutzen, scheint uns vor allem deshalb sinnvoll, weil bei $K > 0$ diese Vorschrift sowohl im 1-Lager-Modell (hier gilt $S \in \mathbf{R}^1$ und $\sigma = \{x \in \mathbf{R}^1: x < s \text{ für ein } s \in \mathbf{R}^1 \text{ mit } s < S\}$ [vgl. GIRLICH 1990]) als auch im Mehr-Produkt-Modell optimal ist (siehe KÜENLE 1986). Die Erklärung dafür läßt sich auch auf unser MLMT mit $K > 0$ anwenden: Wenn wir schon bestellen, so muß es sich „lohnen“, d.h., die fixen Bestellkosten K plus die zu erwartenden Kosten bei optimalem Lagerbestand müssen kleiner sein als die zu erwartenden Kosten im Falle, daß nichts bestellt wird.

Nachdem wir uns auf die Klasse der Bestellvorschriften vom (σ, S) -Typ beschränkt haben, geht es nun darum, in dieser Klasse die beste zu suchen bzw. optimale Parameter σ^* und S^* zu bestimmen. Das kann in zwei Schritten geschehen:

Schritt 1: Bestimmung des optimalen Auffüllpunktes (Vorratsvektors) S^* als Minimumpunkt der Funktion g aus Gleichung (1).

Schritt 2: Bestimmung der optimalen Bestellregion
 $\sigma^* := \{x \in \mathbf{R}^N : K + g(S^*) < g(x)\}$.

Während für Schritt 1 die Fixkosten K noch ohne Bedeutung sind, spielen sie in Schritt 2 eine entscheidende Rolle. Allerdings stellt sich der Realisierung dieser zwei Schritte eine bisher nicht erwähnte Schwierigkeit in den Weg - im allgemeinen existiert für die in Gleichung (1) definierte Funktion g für MLMT mit $N > 2$ kein analytisch behandelbarer Ausdruck. Die Ursache liegt darin, daß zwar be-

kannt ist, wie die optimale TE bestimmt werden kann (laut Aussage (iii) als Lösung eines offenen linearen Transportproblems), aber keine geschlossene Lösung (außer im Falle $N=2$) möglich ist. Damit sind die in g einfließende Funktion C und folglich auch g nicht in analytischer Form darstellbar. Um dieses Hindernis zu überwinden, nutzen wir die Simulation. Offensichtlich ist für jeden zulässigen Vorratsvektor \mathbf{a} der Funktionswert $C(\mathbf{a})$ ein Erwartungswert, d.h., $C(\mathbf{a}) = \mathbf{E}[C(\mathbf{a}, \mathbf{s})]$ bzw. $g(\mathbf{a}) = \mathbf{E}[g(\mathbf{a}, \mathbf{s})]$. Dabei bezeichnen $C(\mathbf{a}, \mathbf{s})$ und $g(\mathbf{a}, \mathbf{s})$ zwei Zufallsvariablen, die die Kostensenkung bzw. den Kostenwert einer Periode bei BE \mathbf{a} und optimaler TE darstellen. Sei noch \mathbf{s} eine Realisierung des Bedarfes \mathbf{s} und $g(\mathbf{a}, \mathbf{s})$ die Kosten einer Periode bei BE \mathbf{a} , Bedarf \mathbf{s} und optimaler TE. Da für gegebenen Vorratsvektor \mathbf{a} zu jeder Realisierung \mathbf{s} des Bedarfes \mathbf{s} die optimale TE bestimmbar ist, das Stichprobenmittel

$$g^{(n)}(\mathbf{a}) := 1/n [g(\mathbf{a}, \mathbf{s}^{(1)}) + \dots + g(\mathbf{a}, \mathbf{s}^{(n)})] \quad (2)$$

für jede Stichprobe

$$\mathbf{s}^{(1)} = (s_1^{(1)}, \dots, s_N^{(1)}), \mathbf{s}^{(2)} = (s_1^{(2)}, \dots, s_N^{(2)}), \dots, \mathbf{s}^{(n)} = (s_1^{(n)}, \dots, s_N^{(n)}) \quad (3)$$

des Systembedarfes und jeden Stichprobenumfang $n \geq 1$ eine erwartungstreue Schätzung für $g(\mathbf{a})$ liefert und die Schätzfunktion $g^{(n)}$ für jedes n und jede Stichprobe eine konvexe Funktion bezüglich \mathbf{a} ist (wegen der Konvexität der Funktion g), kann die folgende einfache Vorgehensweise zur simulationsgestützten Optimierung von g genutzt werden:

1. Mittels Simulation entsprechend der Verteilung von \mathbf{s} wird eine Stichprobe (3) vom Umfang n für den Systembedarf erzeugt.
2. Für gegebene BE \mathbf{a} wird der zugehörige Schätzwert $g^{(n)}(\mathbf{a})$ gemäß (2) berechnet.
3. Ein beliebiges Verfahren der Minimierung konvexer Funktionen wird zur Bestimmung einer verbesserten BE angewandt.
4. Abbruch, wenn keine Verbesserung mehr erreichbar ist.
5. Die bei Abbruch vorliegende BE \mathbf{a}' und der entsprechende Schätzwert $g^{(n)}(\mathbf{a}')$ werden als Näherung für die optimale BE \mathbf{a}^* bzw. für die minimal zu erwartenden Kosten $g(\mathbf{a}^*)$ angesehen.

Wie Tests mit einem entsprechendem Software-Tool (siehe HADER/WINKLER 1990) zeigen, ist mit dieser Vorgehensweise eine annehmbare Lösung für oben genannten Schritt 1 möglich. Für Schritt 2 ergibt sich ein weiteres Problem, da zumindest im Falle stetigen Bedarfes für unendlich viele Bestandsvektoren \mathbf{x} über ihre Zugehörigkeit zur Bestellregion σ^* zu entscheiden ist. Als Ausweg wählen wir eine Näherungslösung. Dabei hilft uns die Aussage, daß die Menge

$$\bar{\sigma}^* := \{ \mathbf{x} \in \mathbf{R}^N : \mathbf{x} \leq \mathbf{S}^* \} \setminus \sigma^*$$

konvex ist (als Folgerung aus der Konvexität der Funktion g). Die Näherung besteht nun darin, daß wir uns auf einfach strukturierte Klassen von $\bar{\sigma}$ -Mengen (und damit σ -Mengen) beschränken. In der vorliegenden Arbeit sein dies die Klassen der „Rechteck“-Mengen und der „Dreieck“-Mengen. Bei der Beschrän-

kung auf „Rechteck“-Mengen wird zur näherungsweisen Bestimmung der optimalen Bestellregion σ^* in der Klasse der Mengen

$$\sigma(\mathbf{R}) := \{ \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N) : x_1 \leq R_1 \vee x_2 \leq R_2 \vee \dots \vee x_N \leq R_N \}$$

mit $\mathbf{R} = (R_1, R_2, \dots, R_N) \leq \mathbf{S}^*$ jene mit den kleinsten zu erwartenden Kosten je Periode gesucht. Das Beispiel einer „Rechteck“-Menge ist für $N = 2$ in Abbildung 3 dargestellt.

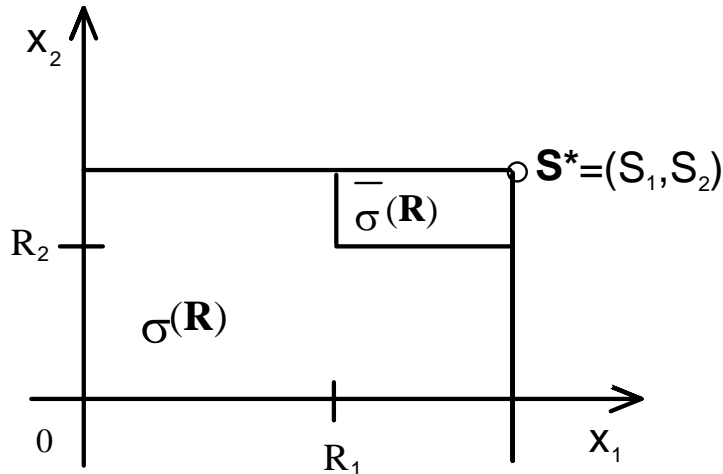


Abb 3. Skizze einer „Rechteck“-Menge für $N=2$.

Eine analoge Darstellung kann für „Dreieck“-Mengen erfolgen, die im Falle $N=2$ ($N>2$) durch eine Gerade (Hyperebene) erzeugt werden. So kann beispielsweise in Abbildung 3 eine solche Gerade durch die Punkte (R_1, S_2^*) und (S_1^*, R_2) führen. Offensichtlich hängen jetzt die pro Periode zu erwartenden Kosten nicht nur vom Auffüllpunkt \mathbf{S}^* ab, sondern auch von der gewählten Bestellregion σ , d.h., es gilt nun $g(\sigma, \mathbf{S}^*)$. Für gegebenes σ und im Schritt 1 gefundenes bzw. angenähertes \mathbf{S}^* ist $g(\sigma, \mathbf{S}^*)$ wieder nur über eine Simulation zu schätzen. Diese Simulation unterscheidet sich von jener des Schrittes 1 vor allem dadurch, daß nicht in jeder Periode die BE \mathbf{S}^* gewählt wird. Nachfolgend wird eine kurze Beschreibung der Handlungen gegeben, die ein entsprechender *Simulator* (Bewerter) auszuführen hat:

Vorgaben Anzahl Lager: N
 Simulationsperioden: n

1. Initialisierung $x_i = 0, i=1(1)N$ $\{ \mathbf{x} \text{ in Bestellregion} \}$

2. Bestellentscheidung

 Bestellvorschrift anwenden

$$\text{Bestellkosten: } G_{\text{bestell}}(\mathbf{k}) = \begin{cases} K + \sum_{i=1}^N k_i (S_i^* - x_i) & , \text{ wenn } \mathbf{x} \text{ in Bestellregion} \\ 0 & , \text{ sonst} \end{cases}$$

$$\text{Bestandsvektor: } a_i = \begin{cases} S_i^* & , \text{ wenn } \mathbf{x} \text{ in Bestellregion} \\ x_i & , \text{ sonst} \end{cases}$$

3. Bedarf

 entsprechend der Verteilung wird Bedarfsrealisierung erzeugt

$$\text{Bedarfsvektor: } s_i = \text{verteilung}_i(\text{verteilungsparameter})$$

$$\text{Bestandsvektor: } y_i = a_i - s_i$$

4. Transport

Transportmatrix: $\{ t_{ij} \}$ als optimale TE

$$\text{Transportkosten: } G_{\text{transp}}(\mathbf{k}) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N t_{ij} c_{ij}$$

$$\text{Bestandsvektor: } y'_i = \begin{cases} y_i - \sum_{j=1}^N t_{ij} , \text{ falls } y_i > 0 \\ = \\ y_i + \sum_{j=1}^N t_{ji} , \text{ falls } y_i < 0 \end{cases}$$

5. Lagerung

$$\text{Kosten: } G_{\text{lager}}(\mathbf{k}) = \sum_{i=1}^N [h_i \max(0, y'_i) + p_i \max(0, -y'_i)]$$

6. Wiederhole

 2. bis 5. n-mal

7. Ausgabe

 Schätzung

$$\hat{g}(\text{Bestellregion}, \mathbf{S}^*) = 1/n \sum_{k=1}^n [G_{\text{bestell}}(\mathbf{k}) + G_{\text{transp}}(\mathbf{k}) + G_{\text{lager}}(\mathbf{k})].$$

Bei der Anwendung Genetischer Algorithmen geht es jetzt darum, jene Parameter, die eine gegebene Klasse von Bestellregionen charakterisieren, entsprechend zu kodieren und gezielt so zu verändern, daß sich bei Abbruch eine näherungsweise optimale Bestellvorschrift ergibt. Darauf wird im folgenden Abschnitt kurz eingegangen.

3. Genetischer Algorithmus

Zur Klasse der Genetischen Algorithmen (GA) gehören die bisher am meisten angewandten evolutionären Optimierungsverfahren. Nach einigen Untersuchungen in den sechziger Jahren ist diese Methode erst durch die zunehmende, auf Parallelität beruhende Rechenleistung moderner Computer verstärkt in den Mittelpunkt der Forschung gerückt. Die stochastische Optimierung mittels GA beruht auf dem biologischen Prinzip der Evolution: „Gute“ *Individuen* (Lösungen) überleben und geben ihre *Gene* (Variablen) an die nächste *Generation* (Lösungsmenge) durch Rekombination und Mutation weiter. Die theoretische Fundierung der Konvergenz eines solchen Iterationsprozesses wurde bereits von HOLLAND 1975 gezeigt und in zahlreichen Anwendungen als praktikabel anerkannt (z.B. SCHAFFER 1989, FORREST 1993, ARNOLD 1995).

„Aus der Sicht des Mathematikers, Informatikers und Ingenieurs stellt die Evolution ein extrem leistungsstarkes Optimierungsverfahren dar.“ (SCHÖNEBURG 1994). Für die Skizzierung eines GA zur Suche nach einer kostenminimalen Lagersteuerungsstrategie folgt nun die Formulierung der in Abschnitt 2 beschriebenen Problemstellung mit Begriffen der biologischen Evolution. Es sei

$$W = \{ \mathbf{a} \in \mathbb{R}^N : 0 \leq a_i < \infty, i=1(1)N \}$$

der von den Lagern aufgespannte Parameterraum (*Population*). Er enthält alle die Bestandsvektoren \mathbf{a} (*Individuen*) des N-dimensionalen Euklidischen Raumes, deren Komponenten a_i (*Gene*) alle mit Werten (*Allelen*) innerhalb der gegebenen Definitionsbereiche belegt sind. Da GA über einem diskreten (meist binären) Allel-Alphabet arbeiten, werden die reellwertigen Lagerbestandsvektoren dual mit einem 32-Bit-Wert je Komponente codiert. Eine Teilmenge $G \subset W$ der Bestandsvektoren wird als *Generation* bezeichnet. Individuen einer Generation stehen in direktem Vergleich ums „Überleben“ und wirken beim „Zeugen“ der nächsten Generation zusammen. Die Zielfunktion

$$g : W \rightarrow \mathbb{R}^1$$

ist definiert als Abbildung aus dem Parameterraum W in die Menge der reellen Zahlen \mathbb{R}^1 . Der Wert $g(\mathbf{a})$ repräsentiert die sogenannte *Fitneß* des Individuums \mathbf{a} . Das Optimierungsproblem besteht zuerst darin, ein Individuum

$$\mathbf{a}^* \in W \quad \text{mit} \quad g(\mathbf{a}^*) \leq g(\mathbf{a}) \quad \forall \mathbf{a} \in W,$$

mit global minimaler *Fitneß* (optimaler Vorratsvektor) zu finden.

Im zweiten Schritt wird nach dem gleichen Prinzip ein Individuum σ^* als optimale Bestellregion (Abschnitt 2) mit ebenfalls global minimaler Fitneß gesucht, wobei die „Rechteck“- oder „Dreieck“-Strategie derzeit noch vorzugeben ist.

Der iterativ ablaufende GA ist in Abbildung 4 dargestellt. Zur Beschleunigung der Konvergenz des Evolutionsprozesses wird im Schritt 1 ein optimaler Bestandsvektor für autonom arbeitende Lager als suboptimale Anfangslösung für kooperierende Lager an den GA übergeben. Die Schritte 3 und 5-7 entsprechen

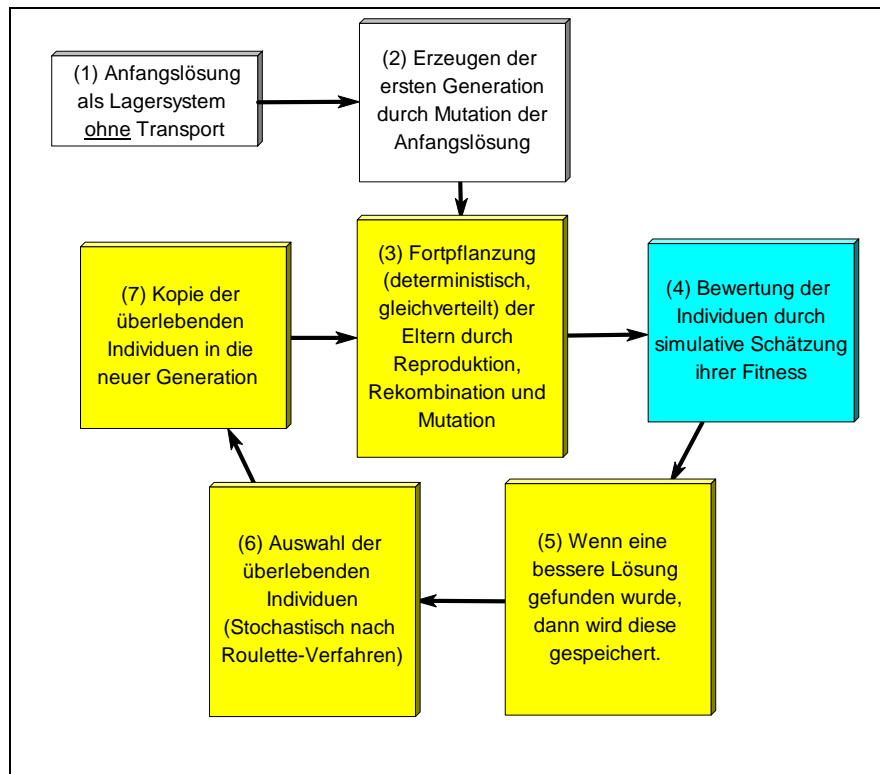


Abb 4. Der evolutionäre Optimierungsalgorithmus

dem in der Literatur (z.B. SCHÖNEBURG 1994) beschriebenem Standardalgorithmus. Die simulative Schätzung der Fitneß eines Individuums in Schritt 4 wird für jedes überlebende Individuum in der Nachfolgeneration erneut ausgeführt. Dadurch erreichen wir eine Varianzreduktion des Zielfunktionswertes für in der Nähe des Optimums liegende Lösungspunkte und damit eine genauere Annäherung an den tatsächlichen minimalen Erwartungswert.

Für das im Abschnitt 4 vorgestellte Beispiel wurden folgende Evolutionsparameter als „Erfahrungswerte“ (vgl. ARNOLD 1995 und NIELÄNDER 1996) gewählt:

Populationsgröße:	10	(Individuen pro Generation)
Mutationsrate:	0,05	(davon 95% Mutation und 5% Inversion)
Rekombinationsrate:	0,8	(Zwei-Punkt-Crossover)

Die Beschränkung auf eine relativ geringe Anzahl Individuen pro Generation wird durch den hohen Rechenaufwand bei der Simulation erforderlich.

Die Optimierungsläufe wurden abgebrochen, wenn innerhalb von 100 Generationen keine Verbesserung der Fitness des besten gefundenen Individuums um mindestens $\Delta=1$ auftrat oder die Obergrenze von 500 Generationen erreicht wurde.

4. Testergebnisse für ein 4-Lager-Modell

Als Testbeispiel haben wir ein Modell mit 4 Lagern und den folgenden Parametern gewählt:

Beschaffungskosten: $\mathbf{K} = (0, 0, 0, 0)$
 Lagerkosten: $\mathbf{H} = (1, 2, 4, 3)$
 Fehlmengenkosten: $\mathbf{P} = (10, 9, 11, 8)$

Transportkosten:
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 7 & 4 \\ 7 & 0 & 8 & 5 \\ 9 & 8 & 0 & 7 \\ 8 & 7 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

Weiterhin nehmen wir einen exponentialverteilten Bedarf pro Periode mit einem Mittelwertvektor von (200, 300, 500, 400) Einheiten an.

Die Ergebnisse der Optimierung mit dem in Abschnitt 3 beschriebenen Genetischen Algorithmus für vier verschiedene, fixe Bestellkosten \mathbf{K} zeigt Tabelle 1.

Fixkosten	K=0	K=10			K=100			K=1000		
Strategie	S*	S*	■	▲	S*	■	▲	S*	■	▲
Lager 1	412	449	358	353	462	413	458	200	10	-197
Lager 2	605	300	300	600	319	7	319	601	299	75
Lager 3	500	492	420	656	506	213	-443	375	0	252
Lager 4	406	707	540	-375	400	387	400	496	500	399
Gesamtkosten	4248	4430	4412	4289	4488	4470	4351	5789	5305	5212

Tab 1. Ergebnisse für ein 4-Lager-Modell: Angegeben sind für jedes Lager in den Spalten \mathbf{S}^* die optimalen Lagerbestände und in den Spalten \blacksquare bzw. \blacktriangledown die optimalen Bestellpunkte für die „Rechteck“- bzw. „Dreieck“-Strategie, sowie die mit jeder Strategie zu erwartenden mittleren Gesamtkosten.

Die Werte in Tabelle 1 wurden bei einer Simulationsdauer von 2000 Bestellperioden pro Simulationslauf mit einem Rechenaufwand von ca. 12 Stunden auf einem Pentium®-166 MHz ermittelt.

Als wesentliches Ergebnis ist erkennbar, daß die „Dreieck“-Strategie besser als die „Rechteck“-Strategie ist. Sie erzielt für $K=10$ und $K=100$ eine Verringerung der Gesamtkosten um 3%, für $K=1000$ um 10%. Je höher der fixe Bestellkostenanteil wird, um so größer ist die Verbesserung, die durch eine Bestellstrategie erreicht wird. Die „optimalen“ Bestellpunkte in den einzelnen Lagern lassen, - da sie in ihrem Wert häufig noch denen im Vektor S^* entsprechen - darauf schließen, daß die Evolution zu früh abgebrochen wurde und mit entsprechendem Zeitaufwand noch bessere Lösungen gefunden werden können. Diese Hypothese wird durch die Tatsache gestützt, daß die für $K=0$ konvexe Zielfunktion in der Umgebung des Optimums einen sehr großen, flachen „Teller“ bildet, dessen tatsächlicher Optimumspunkt durch die Varianz der Simulation verdeckt wird.

5. Zusammenfassung und Ausblick

Die Versuche haben gezeigt, daß mit Genetischen Algorithmen unter Anwendung verschiedener Bestellstrategien kostengünstigere Bestell- und Auffüllpunkte gefunden werden können. Dabei war die „Dreieck“-Strategie der „Rechteck“-Strategie überlegen. Diese Tatsache führt uns zu der Hypothese, daß neben einem höheren Optimierungszeitaufwand neue, „dreiecksähnliche“ Strategien zu einer weiteren Kostensenkung führen könnten. Daher ist folgendes Evolutionsszenario auf einer parallelen Hardware denkbar: Jeder Prozessor führt mit „seiner“ Population eine Evolution durch. Dabei hat jede Population anfangs ihre *eine*, eigene Strategie (z.B. Dreieck, Polynom, Bezier-Kurve, ...), nach deren optimalen Parametern sie sucht. Zu bestimmten Zeitpunkten (z.B. aller 200 Generationen) tauschen die Populationen einige Individuen untereinander aus. Diese „Emigranten“ (mit bereits (sub)optimalen Parametern für ihre Strategie) überleben oder sterben nach dem biologischen Prinzip der Gendrift aus, - weil ihre Fitneß zu schlecht ist oder sie keinen passenden Partner mit der selben Strategie in ihrer Population mehr finden. Dadurch wird das Risiko, durch Simulationsvarianz erzielte, sehr gute Fitneßwerte überzubewerten stark gemindert. Am Ende der Evolution optimieren alle Populationen nur noch die Parameter einer, der „besten“ Strategie.

Literaturverzeichnis

- ARNOLD, J.:** Die Verwendung von Evolutionären Algorithmen bei der Optimierung von Fertigungssystemen. Diplomarbeit TU Chemnitz-Zwickau, Fakultät für Informatik, 1995
- FORREST, S. (ed.):** Proceedings of 5th Intern. Conference on Genetic Algorithms & Applications. Morgan Kaufmann Publishers, Inc., San Mateo 1993
- GIRLICH, H.J.; KÖCHEL, P.; KÜENLE, H.U.:** Steuerung dynamischer Systeme. Fachbuchverlag Leipzig 1990
- HADER, S.:** Regelbasierte Optimierung von Produktionssystemen. In Kampe, G.; Zeitz, M. (ed.): Simulationstechnik - 9. Symposium in Stuttgart, Oktober 1994, Vieweg-Verlag, S.603-606
- HADER, S.:** A knowledge-based approach to the optimization of technical systems and its application to inventory systems. Inventory Modelling. Lecture Notes of the Intern. Summer School, vol.2, Budapest, Portotroz 1995, S.87-92
- HADER, S.; WINKLER, F.:** Projektarbeit zur Simulation von Lagerhaltungsmodellen. TU Chemnitz-Zwickau, Fakultät für Informatik, 1990
- HOLLAND, J. H.:** Adaptation in natural and artificial systems. The University of Michigan Press, Ann Arbor 1975
- KÖCHEL, P.:** Periodisch stationäre Markovsche Entscheidungsmodelle. Elektron Informatik 16 (1980) 553-567
- KÖCHEL, P.:** Ein dynamisches Mehr-Lager-Modell mit Transportbeziehungen zwischen den Lagern. Math. Operationsforsch. und Statistik, Ser. Optimiz., 13 (1982) 267-286
- KÖCHEL, P.:** Optimal adaptive inventory control for a multi-location model with redistribution. Optimization 18 (1988) 525-537
- KÜENLE, H.-U.:** Stochastische Spiele und Entscheidungsmodelle. Teubner Texte zur Mathematik, Band 89, Leipzig, BSB Teubner 1986
- NIELÄNDER, U.:** Zur optimalen Konfigurierung und Steuerung diskreter Systeme, insbesondere Fertigungssysteme, mittels Evolutionärer Algorithmen und Simulation. Diplomarbeit TU Chemnitz-Zwickau, Fakultät für Informatik 1996
- NOCHE, B.; WENZEL, S.:** Marktspiegel Simulationstechnik in Produktion und Logistik. Verlag TÜV Rheinland, Köln 1991
- SCHAFFER, J. D. (ed.):** Proceedings of 3rd Intern. Conference on Genetic Algorithms & Applications. Arlington 1989
- SCHÖNEBURG, E.; HEINZMANN, F.; FEDDERSEN, S.:** Genetische Algorithmen und Evolutionsstrategien: Eine Einführung in Theorie und Praxis der simulierten Evolution. Addison-Wesley, Bonn 1994
- SCHULTE, J.; BECKER, B.-D.:** Optimierung in der Werkstattsteuerung: Simulation und genetische Algorithmen. In Sydow, A. (ed.): Simulationstechnik: Tagungsband. Vieweg-Verlag Braunschweig 1993