Evolutionäre Algorithmen zur Optimierung von Mehr-Lager-Systemen mit Transport

Peter Köchel - Jens Arnold
Professur Modellierung und Simulation
Fakultät für Informatik
TU Chemnitz-Zwickau
09107 Chemnitz

Abstract: Das Problem, optimale Bestellentscheidungen für ein Mehr-Lager-System mit Transporten zwischen den Lagern zu bestimmen, kann i.allg. nicht auf analytischem Wege gelöst werden. Wir stellen einen Zugagng vor, der Evolutionäre Algorithmen und Simulation zu einer evolutionären Optimierung kombiniert. Verschiedene numerische Beispiele zeigen die Praktikabilität des vorgeschlagenen Zuganges und geben einen Eindruck über seine Leistungsfähigkeit

1. Einleitung

Die klassischen Optimierungsverfahren versagen, wenn z.B. bei komplexen Fragestellungen die Zielfunktion nicht in analytischer Form vorliegt. Einen Ausweg boten in der Vergangenheit stochastische Suchverfahren. In letzter Zeit wurden speziell innerhalb der Informatik verschiedene Hard- und Softwarevoraussetzungen geschaffen, um Prinzipien der Evolution effizient zur Lösung derartig komplizierter Aufgaben einsetzen zu können.
Im Vortrag wird gezeigt, wie Evolutionäre Algorithmen zur Untersuchung komplexer Entscheidungsprobleme aus der mathematischen Lagerhaltungstheorie genutzt werden können und daß sie in Kombination mit Simulation zu akzeptablen Lösungen führen.

2. Das Entscheidungsproblem

Das zu untersuchende Entscheidungsproblem kann folgendermaßen beschrieben werden (vgl. Köchel, 1982). Es seien N Lager gegeben, die alle ein und dasselbe Produkt im Verlaufe eines in Perioden eingeteilten unendlichen Planzeitraumes lagern. Der Bedarf einer Periode sei durch einen zufälligen Vektor beschrieben. Zu Beginn einer Periode sind Bestellentscheidungen (BE) zu fällen, die für jedes Lager den verfügbaren Produktvorrat festlegen. Im Verlaufe einer Periode wird ein zufälliger Bedarf aus diesem Vorrat bedient. Zusätzlich zur BE besteht am Periodenende die Möglichkeit, mittels einer Transportentscheidung (TE) vorhandene Restbestände so umzuverteilen, daß bisher unbefriedigter Bedarf noch bedient wird. Bei Köchel (1982) sind zur Bewertung der BE, der TE sowie vorhandener Restbestände bzw. aufgetretener Fehlmengen lineare Kostenfunktionen angenommen. Das Entscheidungsproblem besteht nun darin, solche BE und TE zu wählen, so daß die für eine Periode zu erwartenden Kosten minimiert werden. Für N=2 Lager kann die Zielfunktion analytisch angegeben werden. Für mehr als 2 Lager schlägt Köchel (1982) eine Näherungslösung vor. In Köchel (1990) wird zu gegebener BE das Verhalten des N-Lager-Systems simuliert und eine Schätzung des Zielfunktionswertes bestimmt. Unter Ausnutzung der Konvexität der Zielfunktion wird eine gegebene BE so lange modifiziert, bis keine wesentliche Verbesserung der Zielfunktion mehr erreicht werden kann. Diese Kombination

von Simulation und Optimierung ist anwendbar für beliebig viele Lager mit beliebig verteiltem Bedarf und auch für den Fall unvollständiger Information (wenn gewisse Systemparameter wie z.B. Erwartungswert des Bedarfes unbekannt sind).
Bisher kaum untersucht sind Mehr-Lager-Systeme mit Fixkosten. Hauptursache dafür ist der Umstand, daß in einem solchen Falle die optimalen Entscheidungen eine recht komplizierte Struktur aufweisen. Dadurch werden sowohl die Beschreibung von Entscheidungsmengen, welche die optimalen Entscheidungen enthalten, als auch analytische Untersuchungen entsprechender Zielfunktionen überaus erschwert bzw. gänzlich unmöglich. Als einen Ausweg schlagen wir die Verwendung von Evolutionären Algorithmen in Kombination mit Simulation vor.

3. Evolutionäre Optimierung

Die Idee der Evolutionären Algorithmen (siehe z.B. Kinnebrock, 1994) basiert auf dem biologischen Prinzip der Evolution. Mittels Reproduktion, Rekombination und Mutation wird über mehrere Generationen erreicht, daß sich Individuen (Lösungen) immer besser an eine gegebene Umwelt anpassen (optimiert werden). Neben der Suche nach Individuen mit hinreichend großer Fitness geht es u.a. auch darum, den „richtigen" (geeignet an das betrachtete Entscheidungsproblem angepaßten) Evolutionären Algorithmus zu finden. Dazu gehört neben der Wahl der Wahrscheinlichkeiten für Reproduktion, Rekombination und Mutation vor allem auch die Definition eines Individuums und die (möglichst adaptive) Wahl der Populationsgrößen und der Anzahl zu untersuchender Generationen.
Für das oben beschriebene Mehr-Lager-System wird ein entsprechender Evolutionärer Algorithmus entworfen und mittels Simulation auf seine Güte untersucht. Dabei beschränken sich die Untersuchungen auf Systeme mit fixen Bestellkostenanteilen der folgenden zwei Formen:
a) Fixer Bestellkostenanteil $K > 0$, sobald die BE in einer positiven Bestellmenge für das Gesamtsystem resultiert.
b)Fixer Bestellkostenanteil $K_i > 0$ für Lager i , sobald die BE in einer positiven Bestellmenge für Lager i resultiert, $i=1(1)N$.
Die gewählte Vorgehensweise soll kurz am Beispiel des Falles a) erläutert werden. Ausgangspunkt ist die Feststellung, daß fixe Bestellkostenanteile allein die optimale BE, nicht aber die TE beeinflussen.
Untersuchungen zur Struktur der Lösung für Mehr-Lager-Modelle mit Fixkostenanteilen führen zum Ergebnis, daß die optimale BE als Verallgemeinerung einer (s, S) - Strategie für den 1-Lager-Fall (vgl. z.B. Girlich/Köchel/Küenle (1990)) eine sogenannte (σ, S)-Struktur hat : Befindet sich der Vektor der Bestände vor einer BE (zu Periodenbeginn) in der Menge σ, so wird auf den Vorratsvektor $S = (S_1, ..., S_N)$ erhöht; andernfalls wird im gesamten System nichts bestellt. Die simulationsgestützte Optimierung der BE kann somit in zwei Etappen erfolgen. In einer ersten Etappe wird der optimale Vorratsvektor S^* bestimmt. Bei der Lösung dieses Problems spielen Fixkosten noch keine Rolle. Die Suche nach der optimale Menge σ^* erfolgt in einer zweiten Etappe. Dabei wird die Lösung entscheidend von den Fixkosten beeinflußt.
Dem in Abschnitt 2 beschriebenem Entscheidungsproblem entsprechend wird für die erste Etappe ein Vorratsvektor S als Individuum festgelegt. Die Fitness für ein Individuum $S = (S_1, ... , S_N)$ stellt dann gerade die negativen zu erwartenden Systemkosten bei Start zu Periodenbeginn mit Vorratsvektor S und optimaler TE am Periodenende dar. Für $N > 2$ kann i.allg. diese Fitness nur mittels Simulation der Arbeitsweise des Lagersystems bestimmt bzw. geschätzt werden. Zum

Einsatz von Evolutionären Algorithmen in dieser ersten Etappe gibt es gute Erfahrungen. So werden in Arnold/Köchel (1996) für ein 4-Lager-System erfolgreich Evolutionäre Algorithmen in Kombination mit einer Simulation des Lagersystems für die Bestimmung eines optimalen Vorratsvektors S* eingesetzt.
Für die zweite Etappe ergibt sich das Problem, daß jedes Individuum eine (zumindest bei stetigem Bedarf unendliche) Menge repräsentieren muß. Der Ausweg über Struktureigenschaften der optimalen Bestellmenge σ^* ist verbaut, da bezüglich der Struktur nur bekannt ist, daß bei Konkavität der Fitnessfunktion aus Etappe 1 (z.B. im Falle linearer Kostenfunktionen für unbenötigtes, fehlendes bzw. zu transportierendes Produkt) die Menge der Punkte aus R^N, in denen nicht bestellt wird, konvex ist. Aus diesem Grunde beschränken wir uns auf die Untersuchung von Klassen speziell strukturierter Mengen σ und die Bestimmung einer „besten" Menge in jeder Klasse sowie den Vergleich zwischen den „besten" Vertretern der unterschiedlichen Klassen. Die kostenmäßige Bewertung einzelner Lösungsvorschläge ergibt sich wieder aus der Fitness der entsprechenden Individuen, die mittels Simulation der Arbeitsweise des Lagersystems geschätzt wird.
Im wesentlichen werden zwei Klassen von Mengen σ betrachtet, die den folgenden Fällen entsprechen.

Fall I. Keine Bestellung innerhalb einer „Rechteck"-Menge.

Zu gegebenem **S*** sei $\mathbf{b} = (b_1, b_2, ..., b_N)$ ein Vektor mit $\mathbf{b} < \mathbf{S^*}$. Dann gelte

$\sigma = \{ \mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_N) \in R^N : \exists$ mindestens ein Lager i′ mit $x_{i'} \leq b_{i'} \}$.

Fall II. Keine Bestellung innerhalb einer „Dreiecks"-Menge.

Zu gegebenem **S*** sei eine Hyperfläche H im R^N definiert, die zwischem dem Punkt **S*** und dem Koordinatenursprung verläuft. Dann gelte

$\sigma = \{ \mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_N) \in R^N : \mathbf{x} \leq H \}$.

Weitere Fälle werden kurz diskutiert.

4. Schlußbemerkungen

Anhand zahlreicher Experimente mit verschiedenen Mehr-Lager-Systemen werden einerseits Empfehlungen zur Wahl eines Evolutionären Algorithmus gegeben, und andererseits wird gezeigt, daß die vorgestellte Methode ein effektiver Weg ist, um für Mehr-Lager-Systeme (fast-)optimale Lösungen zu finden.

Literatur

Arnold, J.; Köchel, P. (1996). Evolutionary Optimization of a Multi-location Inventory Model with Lateral Transshipments. 9th Intern.Working Seminar on Product.Economics, Igls, Pre-Prints, v.2, 401-412

Girlich/Köchel/Küenle (1990). Steuerung dynamischer Systeme: mehrstufige Entscheidungen bei Unsicherheit.
Fachbuchverlag, Leipzig

Kinnebrock, W. (1994). Optimierung mit genetischen und selektiven Algorithmen.
R.Oldenbourg Verlag, München Wien.

Köchel, P. (1982). Ein dynamisches Mehr-Lager-Modell mit Transportbeziehungen zwischen den Lagern.
Mathematische Operationsforsch.Statist., Ser. Optimization, v.13, 267-286.

Köchel, P. (1990). Näherungsweise Bestimmung optimaler Entscheidungen mittels Simulation: Systeme mit diskreter Zeit.
In "Modellierung, Analyse und Simulation diskreter Systeme mit Netzen",ausgewählte Beiträge zum 2.Problemseminar, W.-Pieck-Univ. Rostock, Sektion Informatik und GI der DDR, 49-56.